

Friedman Noémi – Nyitható-csukható
szerkezetek mérnöki alkalmazása



ÁTPATTINTHATÓ SZERKEZETEK POSZTKRITIKUS VIZSGÁLATA

A Magyarországon és Franciaországban párhuzamosan folytatott kutatói
munka munkaközi beszámolója

Témavezetők: Prof. Adnan Ibrahimbegovic, Dr. Farkas György

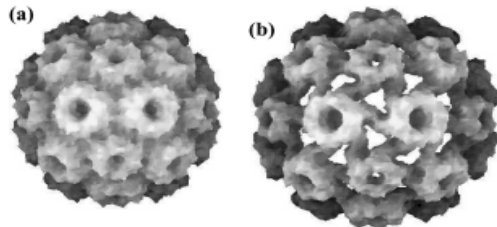
Dr. Hegedűs István, Luc Davenne

Olyan előregyártott szerkezetek, amelyek **nagy alakváltozásra képesek**, vagyis egy általában **csukott, kompakt alakzatból** egy előre meghatározott, kiterjedt alakzatra hajthatók, amelyben stabilak és teherbírók.

A természetben előforduló nyitható-csukható szerkezetek:

- vírus kapszidok
- levelek
- rovarszárnyak

Kép forrása: Reddy et al



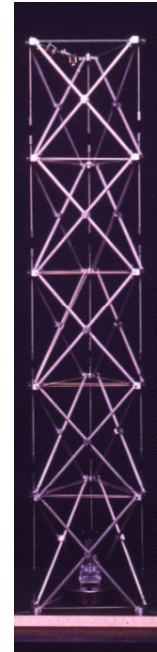
Képek forrása: Kishimoto (et al) - New Deployable Membrane Structure Models Inspired by Morphological Changes in Nature



Ember által készített nyitható-csukható szerkezetek:

- Kisebb léptékű szerkezetek: szék, esernyő, kerítés
- Űrkutatásban alkalmazott bonyolultabb szerkezetek: toronyszerkezetek, napelemtáblák, reflektorantennák
- Építészeti és mérnöki szerkezetek: sátrak, hordozható menedékek, szétnyitható tetőszerkezetek, kinetikus kiállítási kijelzők.

Kép forrása: Deployable Structures Laboratory



Kép forrása: Giulio Barbieri S.p.A



Megfelelő **ellenállóképesség** a hasznos terhekkel szemben a működési alakzat(ok)ban + megfelelő **"hajlékonyság"**, amely a kinyitást összecsuksztást lehetővé teszi!

A NYITHATÓ-CSUZHATÓ SZERKEZETEK RŐL

• Bevezetés

- A nyitható csukható szerkezetekről
- Kutatási munka áttekintése
- Motiváció

• Kinyitható tetőszerkezetek

• Számítási problémák és módszertan

• Numerikus példák

• Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



Irodalom-kutatás:

- Szerkezeti részek merevtest-szerű mozgásával kinyitható tetőszerkezetek;
- Nyitható-csukható ponyvaszerkezetek;
- Pneumatikus szerkezetek
- Szétnyitható rácsszerkezetek
 - ‘ollós’ szerkezetű nyitható-csukható szerkezetek
 - befeszülő, átpattintható szerkezetek;
 - hajtogatható tensegrity szerkezetek.

Analitikus és numerikus módszertan megalapozása:

- Nagy elmozdulások kis alakváltozások számítása;
- Nagy elmozdulások, nagy alakváltozások számítása;
- Nemlineáris stabilitásvesztés, kritikus pontok keresése, posztkritikus vizsgálat.
- Numerikus vizsgálatokhoz szükséges programozási és felhasználói ismeretek megalapozása:
 - FEAP (Finite Element Analysis Program);
 - Unix operációs rendszer;
 - Fortran programozási nyelv.

Numerikus példák:

- Alappélda a nemlineáris stabilitásvesztés és az átpattanás jelenségének megértéséhez;
- Átpattintható alapegység vizsgálata;
- Antiprizmatikus rúdszerkezet vizsgálata.

• Bevezetés

- *A nyitható csukható szerkezetekről*
- *Kutatási munka áttekintése*
- *Motiváció*

• Kinyitható tetőszerkezetek

• Számítási problémák és módszertan

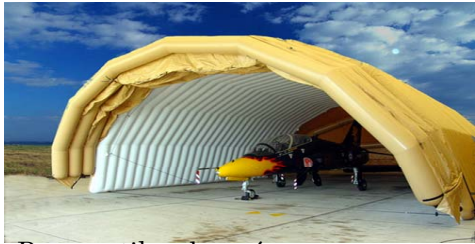
• Numerikus példák

• Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



Kivitelezési módszer (egyszerű, gyors, vagy éppen biztonságos);

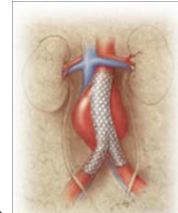
Szállíthatóság, átalakíthatóság ($V_{nyitott} > V_{csukott}$);



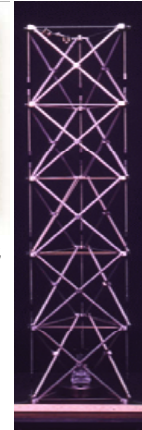
Pneumatikus hangár



Kipattanó kijelző (Nomadic Display)



Kipattanó stent



Deployable Mast
[Pellegrino]



Hamanizuki Park



Nara Centennial Hall

Alkalmazkodás az időjárási viszonyokhoz.



BMW 3 cabrio



Oita Main Stadium

MOTIVÁCIÓ – KINYITHATÓSÁG ELŐNYEI

• Bevezetés

- A nyitható csukható szerkezetekről
- Kutatási munka áttekintése
- Motiváció

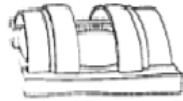
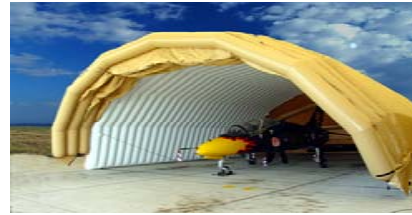
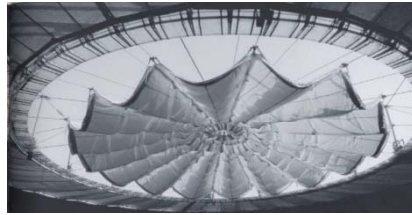
• Kinyitható tetőszerkezetek

• Számítási problémák és módszertan

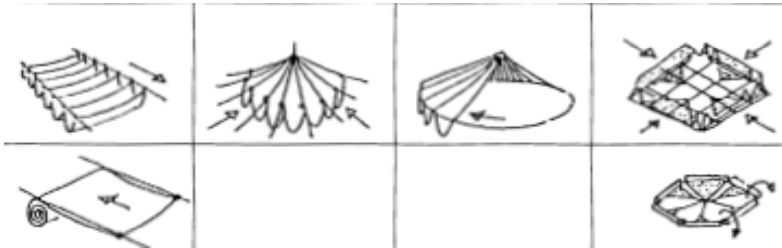
• Numerikus példák

• Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete

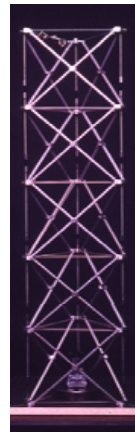




- Szerkezeti részek merevtest-szerű mozgatóásával kinyitható tetőszerkezetek;



- Nyitható-csukható ponyvaszerkezetek;
- Pneumatikus szerkezetek;
- Szétnyitható rácsszerkezetek:
 - “ollós” szerkezetű nyitható-csukható szerkezetek;
 - hajtogatható tensegrity szerkezetek;
 - pantográf szerkezetek;
 - befeszülő, átpattintható szerkezetek.



KINYITHATÓ TETŐSZERKEZETEK

• Bevezetés

• Kinyitható tetőszerkezetek

- Szerkezeti típusok nagyvonalakban
- Befeszülő-átpattintható szerkezetek

• Számítási problémák és módszertan

• Numerikus példák

• Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



○ Ollószerű nyitató-csukható szerkezetek

- Alapegység: SLE
- Másodlagos egység:



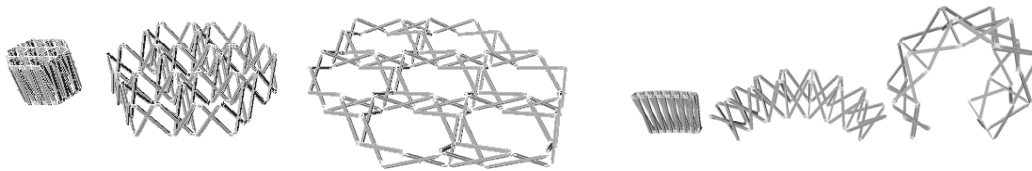
Háromszögalapú piramis egység



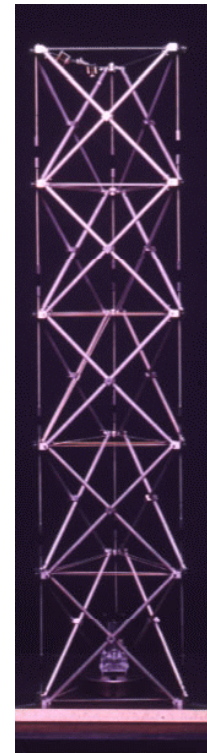
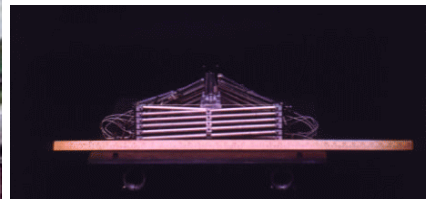
Négyzetes piramis egység



Rézsútos egység



S. Pellegrino



BEFESZÜLŐ-ÁTPATTANÓ SZERKEZETEK

• Bevezetés

• Kinyitható tetőszerkezetek

- Szerkezeti típusok nagyvonalakban
- Befeszülő-átpattanó szerkezetek

• Számítási problémák és módszertan

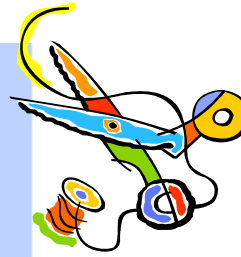
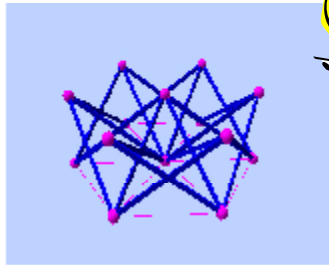
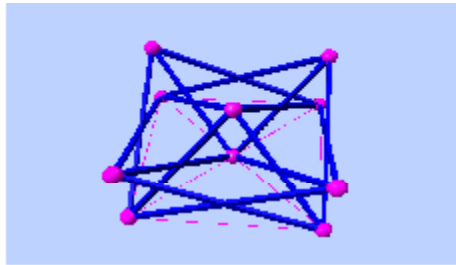
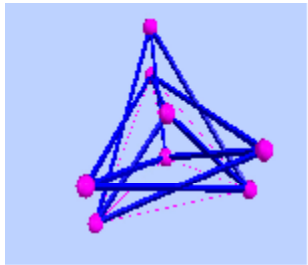
• Numerikus példák

• Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



○ Befeszülő-átpattanó szerkezetek alapelve

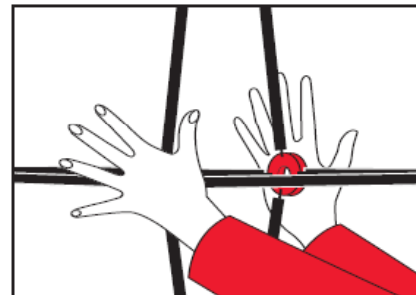
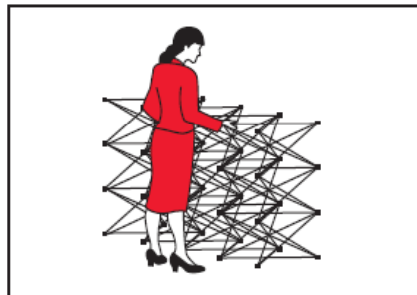
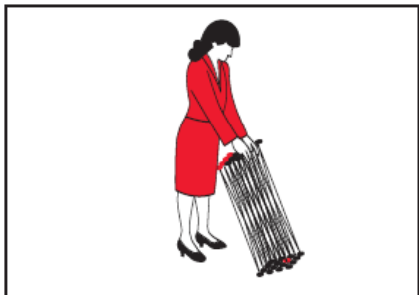
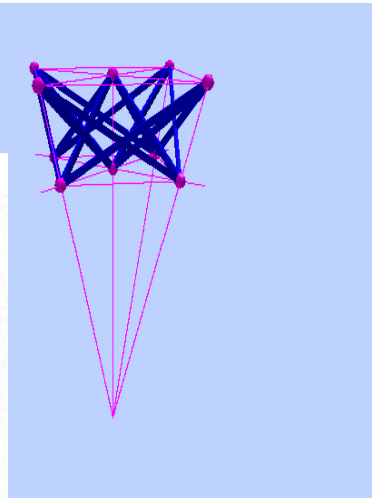
Zeigler, Krishnapillai, Logcher , Rosenfeld, Gantes



Zeigler



Nomadic Display



BEFESZÜLŐ-ÁTPATTANÓ SZERKEZETEK

•Bevezetés

•Kinyitható tetőszerkezetek

- Szerkezeti típusok nagyvonalakban
- Befeszülő-átpattanó szerkezetek

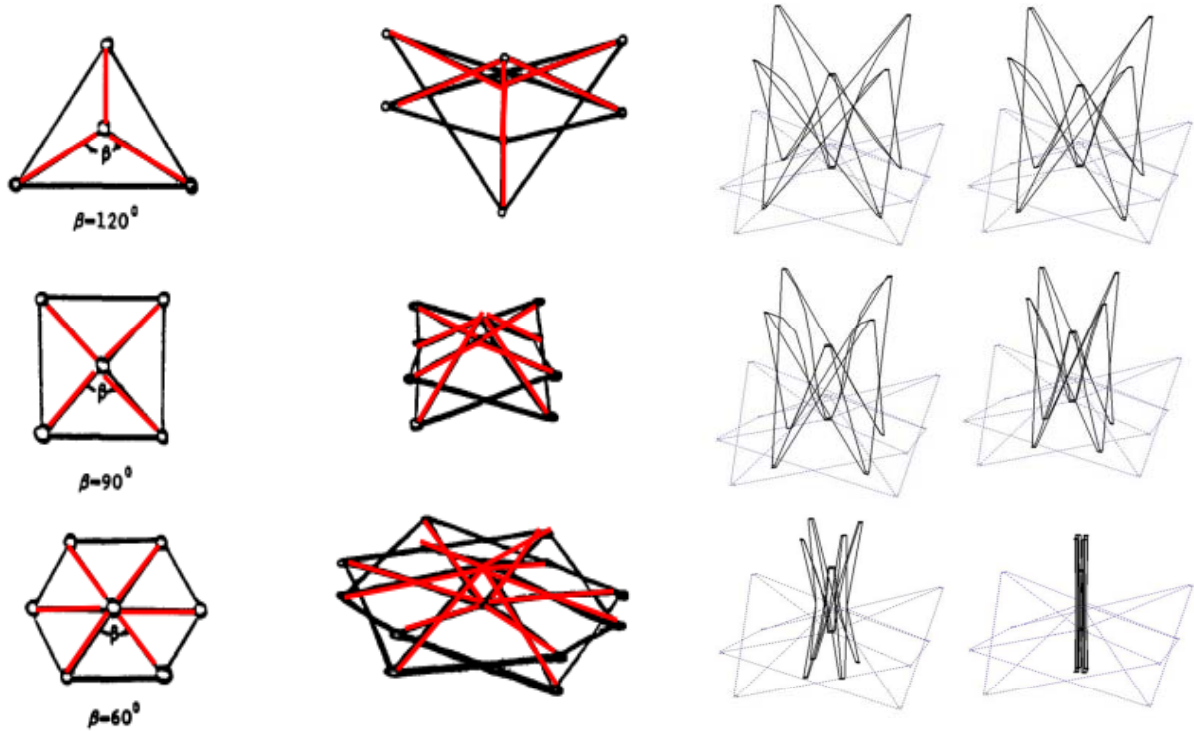
•Számítási problémák és módszertan

•Numerikus példák

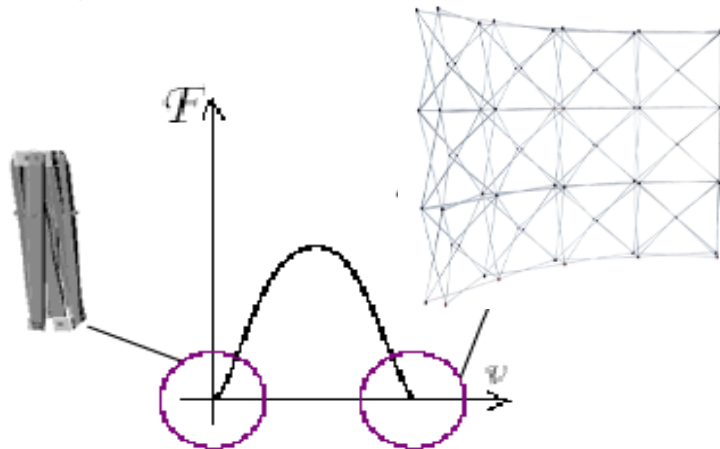
•Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



○ Befeszülő-átpattanó szerkezetek alapelve



Forrás: Gantes



BEFESZÜLŐ-ÁTPATTANÓ SZERKEZETEK

• Bevezetés

• **Kinyitható tetőszerkezetek**

- Szerkezeti típusok nagyvonalakban
- Befeszülő-átpattanó szerkezetek

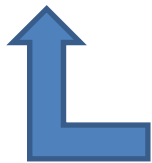
• Számítási problémák és módszertan

• Numerikus példák

• Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



- Nyitható-csukható szerkezetekkel kapcsolatos számítási nehézségek
 - Komplex szerkezetek → modell verifikáció nehézkes
 - Nem szimmetrikus, nem sima anyagtulajdonságok;
 - **Súrlódási és más disszipációs tulajdonságok modellezési nehézsége;**
 - Sajátfeszültségi állapot jelenléte;
 - **Geometriai optimalizáció;**
 - **Nagy elmozdulások, lokális és globális stabilitásvesztés.**



- ~~Megmerevítés elve (egyensúlyi egyenlet a terheletlen tartóalakra felírva)~~
- ~~Lineáris kompatibilitási egyenletek~~

SZÁMÍTÁSI PROBLÉMÁK ÉS MÓDSZERTAN

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

- **Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete**



o Nagy elmozdulások esetén az alakváltozási és

Déformation de Green Lagrange:

$$(\mathbf{F}=\mathbf{R}\mathbf{U} \quad \mathbf{R}^T\mathbf{R}=\mathbf{I} \quad \mathbf{U}^T=\mathbf{U})$$

$$\frac{1}{2}(dx)^2 - (dx^\varphi)^2 = dx^T \cdot \mathbf{E} \cdot dx \rightarrow \mathbf{E} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) + \frac{1}{2} \nabla \mathbf{u}^T \nabla \mathbf{u}$$

$$\text{Où } \mathbf{F} = \partial \mathbf{x}^\varphi / \partial \mathbf{x} = (\mathbf{I} + \nabla \mathbf{u})$$

Vitesse de déformation (le part symétrique de $\mathbf{L} = \partial \mathbf{w} / \partial \mathbf{x}^\varphi = \delta \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^{-1}$):

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) = \frac{1}{2}(\delta \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^{-1} + \mathbf{F}^{-T} \cdot \delta \mathbf{F}^T) = \mathbf{F}^{-T} \cdot \delta \mathbf{E} \cdot \mathbf{F}^{-1} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{w} \cdot \mathbf{F}^{-1} + \mathbf{F}^{-T} \cdot \nabla \mathbf{w}^T)$$

$$\text{Jacobien: } J = \det \mathbf{F} \rightarrow dV^\varphi = J \cdot dV; \quad \rho^\varphi = 1/J \cdot \rho$$

(comme conservation de masse)

Expressions de type contraint :

Cauchy contraint ($\boldsymbol{\sigma}$)

(les contraintes 'réel' ou "de physique"):

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \cdot dA = \mathbf{p} \cdot dA = d\mathbf{f} \quad (\boldsymbol{\sigma} \text{ symétrique})$$

Contraintes de Piola-Kirchhoff (\mathbf{P}):

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{n}_0 \cdot dA_0 = \mathbf{p}_0 \cdot dA_0 = d\mathbf{f} \quad (\mathbf{P} \text{ pas symétrique})$$

Contraintes de Piola-Kirchhoff 2 (\mathbf{S}):

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{n}_0 \cdot dA_0 = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{p}_0 \cdot dA_0 = d\mathbf{f} \quad (\mathbf{S} \text{ symétrique})$$

Contraintes de Kirchhoff ($\boldsymbol{\tau}$):

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (\boldsymbol{\tau} \text{ symétrique})$$

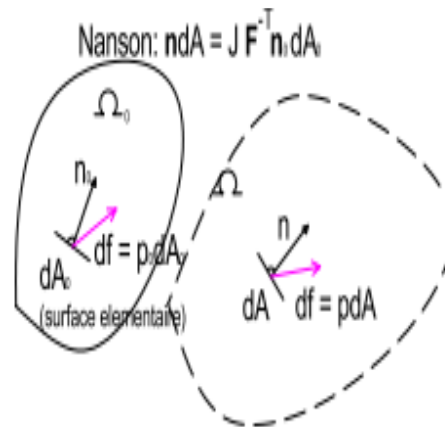
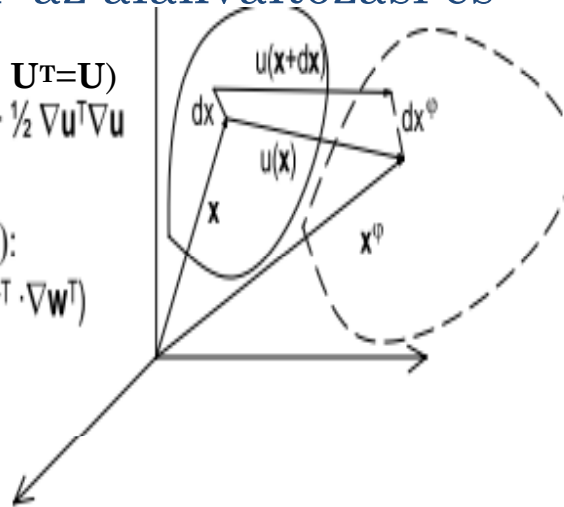
Relation entre les contraintes :

$$\mathbf{P} = \mathbf{J} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{F}^{-T}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = 1/J \cdot \mathbf{P} \cdot \mathbf{F}^T$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = 1/J \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^T \text{ où } \mathbf{S} = \mathbf{J} \mathbf{F}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{F}^{-T}$$



NEMLINEÁRIS NUMERIKUS VIZSGÁLAT ALAPEGYENLETJEI

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

- Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



- „Erős” és „gyenge” egyenletek nagy elmozdulások esetén

Formulation forte

Equation cinématique:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} (\mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} - \mathbf{I})$$

Les équation d'équilibre:

Formulation Lagrangien modifié (dans Ω):

$$\text{div}^\varphi \boldsymbol{\sigma}^\varphi + \rho^\varphi \cdot \mathbf{b}^\varphi = \rho \cdot \mathbf{a} \quad (\text{en statique : } \text{div}^\varphi \boldsymbol{\sigma}^\varphi + \rho \cdot \mathbf{b} = \mathbf{0}) ; (\boldsymbol{\sigma}^\varphi)^T = \boldsymbol{\sigma}^\varphi$$

Formulation Lagrangien total (dans Ω_0):

$$\text{div} \mathbf{P} + \rho_0 \cdot \mathbf{b} = \rho_0 \cdot \mathbf{a} \quad (\text{en statique : } \text{div} \mathbf{P} + \rho_0 \cdot \mathbf{b} = \mathbf{0}) ; \mathbf{F} \cdot \mathbf{P}^T = \mathbf{P} \cdot \mathbf{F}^T$$

Loi de comportement (si matériau de St. Venant-Kirchhoff /élasticité linéaire):

$$\mathbf{S} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{E}$$

Formulation faible

Le principe de travaux virtuels (PTV):

$$G(\boldsymbol{\varphi}; \mathbf{w}) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} ((\mathbf{F}^T \nabla \mathbf{w} + \nabla \mathbf{w}^T \mathbf{F}) : \mathbf{S} \, dV - \int_{\Omega} \mathbf{w}^T \mathbf{b} \, dV - \int_{\Gamma_h} \mathbf{w}^T \mathbf{t} \, dA = 0$$

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

- Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



- Rácsrúd Green-Lagrange alakváltozási mátrixa nagy elmozdulások esetén

$$E = \frac{1}{2} \cdot \left[\begin{pmatrix} \frac{d}{dx}u_1 & 0 & 0 \\ \frac{d}{dx}u_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{d}{dx}u_1 & \frac{d}{dx}u_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] + \frac{1}{2} \cdot \left[\begin{pmatrix} \frac{d}{dx}u_1 & \frac{d}{dx}u_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{d}{dx}u_1 & 0 & 0 \\ \frac{d}{dx}u_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$E_{11} = \frac{d}{dx}u_1 + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{d}{dx}u_1 \right)^2 + \left(\frac{d}{dx}u_2 \right)^2 \right]$$

$$\delta E_{11} = \frac{1}{2} \cdot \left[\begin{pmatrix} \frac{d}{dx}u_1 + 1 & \frac{d}{dx}u_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{d}{dx}w_1 & 0 & 0 \\ \frac{d}{dx}w_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{d}{dx}w_1 & \frac{d}{dx}w_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{d}{dx}u_1 + 1 & 0 & 0 \\ \frac{d}{dx}u_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$$

$$\delta E_{11} = \frac{d}{dx}w_1 + \frac{d}{dx}u_1 \cdot \frac{d}{dx}w_1 + \frac{d}{dx}u_2 \cdot \frac{d}{dx}w_2$$

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

- Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



o Mátrixegyenlet nagy elmozdulások esetén

Équation de Galerkin :

$$u_i = \sum_{a=1}^n N_a(x) \cdot d_{ai} \quad w_i = \sum_{a=1}^n N_a(x) \cdot w_{ai}$$

$$\sum_{a=1}^n \sum_{i=1}^n (w_{a,i} \cdot r_{a,i}) = 0$$

$f_{a,i}^{int}(d)$

$f_{a,i}^{ext}(d)$

où

$$r_{a,i} = e_i^T \cdot \int_0^L \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} N_a & 0 \\ 0 & \frac{d}{dx} N_a \end{pmatrix} \cdot \sum_{b=1}^n \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} N_b & 0 \\ 0 & \frac{d}{dx} N_b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_b + d_{b,1} \\ d_{b,2} \end{pmatrix} \cdot S_{11}(d_{a,i}) \, dx - \int_0^L N_a \cdot b_i \, dx - \int_0^L N_a(L) \cdot t_i \, dx$$

- n → nombre de nœuds (nombre des éléments - 1)
- e_i^T → vecteur unitaire d'éléments
- L → longueur d'élément

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Lineáris és nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

- Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



o Mátrixegyenlete nagy elmozdulások esetén

$$E_{11} = \underbrace{\frac{1}{L^2} \cdot x^T \cdot H \cdot d}_{\frac{du_1}{dx}} + \underbrace{\frac{1}{2L^2} \cdot d^T \cdot H \cdot d}_{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{du_1}{dx} \right)^2 + \left(\frac{du_2}{dx} \right)^2 \right]}$$

$$\delta E_{11} = \underbrace{\frac{1}{L^2} \cdot x^T \cdot H \cdot w}_{\frac{dw_1}{dx}} + \underbrace{\frac{1}{L^2} \cdot d^T \cdot H \cdot w}_{\frac{du_1}{dx} \cdot \frac{dw_1}{dx} + \frac{du_2}{dx} \cdot \frac{dw_2}{dx}}$$

$$w^T \cdot f^{int}(d) = w^T \cdot \int_0^L \frac{1}{L^2} \cdot H^T \cdot (x+d) \cdot E \cdot E_{11} dx = w^T \cdot \frac{1}{L} \cdot H^T \cdot (x+d) \cdot E \cdot E_{11}$$

Formulation faible linéarisé (un seul élément):

$$\text{Lin}[r(d)] = r(d) + K(d) \cdot \Delta u$$

$$\Delta E_{11} = \frac{1}{L^2} \cdot (x^T + d^T) \cdot H \cdot \Delta u \quad ; \quad \Delta \delta E_{11} = \frac{1}{L^2} \cdot \Delta u^T \cdot H \cdot w$$

$$w^T \cdot K \cdot \Delta u = w^T \cdot \underbrace{\frac{S_{11}}{L} \cdot H \cdot \Delta u}_{K_g} + w^T \cdot \underbrace{\frac{1}{L} \cdot H^T \cdot (x+d) \cdot E \cdot \frac{1}{L^2} \cdot (x^T + d^T) \cdot H \cdot \Delta u}_{K_m} \quad w^T \cdot K \cdot \Delta u = w^T \cdot (K_m + K_g) \cdot \Delta u$$

NEMLINEÁRIS NUMERIKUS VIZSGÁLAT ALAPEGYSZERKEZETEI

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

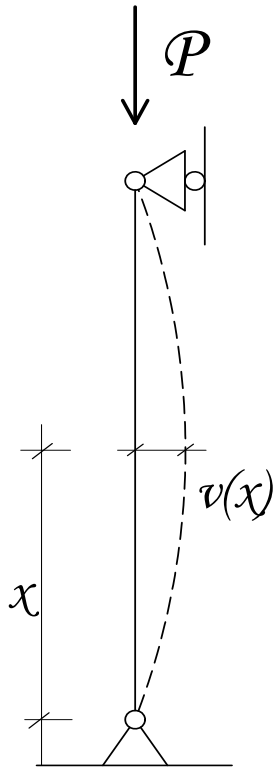
- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Lineáris és nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



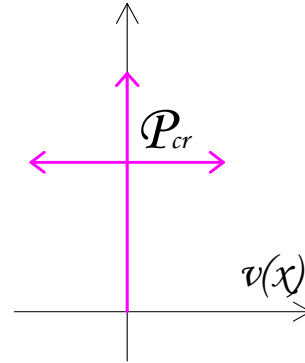
○ Lineáris stabilitásvesztés – Euler-kihajlás



$$M(x) = -P_{cr} \cdot v(x)$$

$$\kappa(x) = +d^2v(x)/dx^2$$

$$M(x) = EI \cdot \kappa(x),$$



$$EI \cdot \frac{d^2}{dx^2} v(x) + P_{cr} \cdot v(x) = 0$$

$$v(0) = v(l) = 0$$

$$\Rightarrow v(x) = \sin\left(n \cdot \frac{\pi \cdot x}{l}\right) \quad n = 1, 2, \dots$$

$$\Rightarrow P_{cr}(x) = n^2 \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI}{l^2}$$

LINEÁRIS STABILITÁSVESZTÉS

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

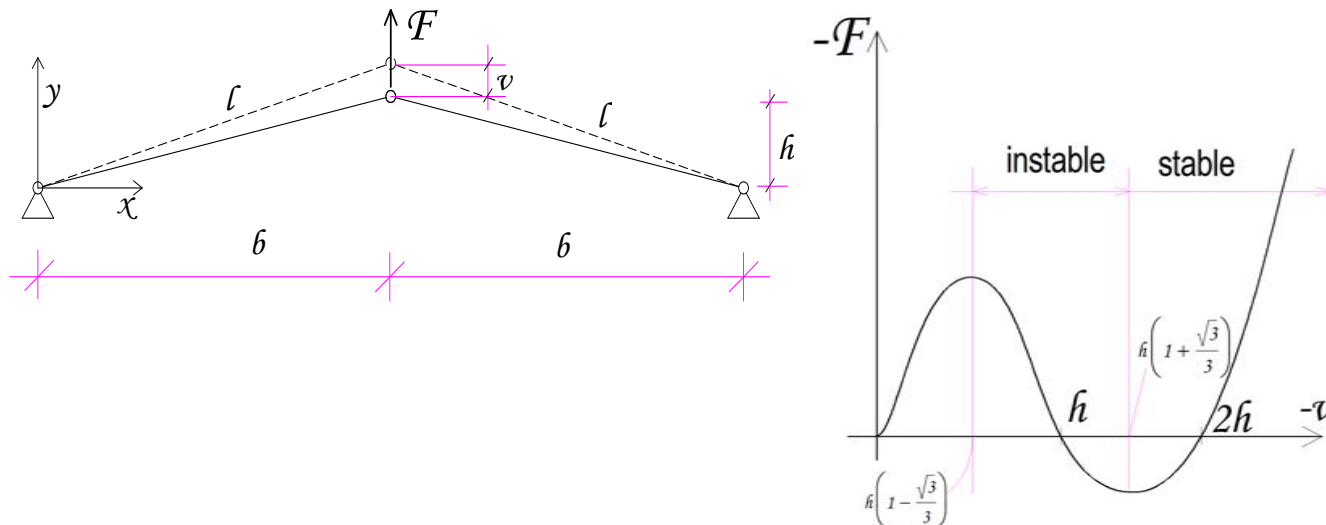
- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Lineáris és nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

- Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



◦ Nemlineáris stabilitásvesztés



$$G_{\text{int}} = G_{\text{ext}} \quad F = 2 \cdot A \cdot S_{11} \cdot \frac{1}{l} \cdot (y_2 - y_1 + v) \quad S_{11} = E \cdot \frac{1}{l^2} \cdot \left(h \cdot v + \frac{1}{2} \cdot v^2 \right)$$

$$= 2 \cdot \frac{E \cdot A}{l^3} \cdot (h + v) \cdot \left(h \cdot v + \frac{1}{2} \cdot v^2 \right)$$

$$\frac{dv}{df} \rightarrow \infty \Rightarrow f = f^{\text{int}} \quad \frac{df^{\text{int}}}{dv} = K = 0$$

$$0 = K := \frac{df^{\text{int}}}{dv} = 2 \cdot \frac{E \cdot A}{l^3} \cdot (h + v)^2 + 2 \cdot \frac{E \cdot A}{-l^3} \cdot \left(h \cdot v + \frac{1}{2} v^2 \right)$$

$$\Rightarrow v_{cr,1,2} = -h \left(1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \right); \quad \Rightarrow f_{cr_1} = -2 \cdot \frac{E \cdot A \cdot h^3}{l^3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{9}; \quad \Rightarrow f_{cr_2} = 2 \cdot \frac{E \cdot A \cdot h^3}{l^3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{9};$$

NEMLINEÁRIS STABILITÁSVESZTÉS

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Lineáris és nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

- Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



○ Kritikus pont meghatározása

$$\text{Általános esetben: } \text{Det}(\hat{K}(\underline{u}_{cr})) = 0 \quad \hat{K}(\underline{u}_{cr}) = \frac{\partial f^{\text{int}}(\underline{u}_{cr})}{\partial \underline{u}}$$

➔ • nxn méretű mátrix esetén n! -sal arányos számú művelet

Kritérium megfogalmazása energetikai oldalról:

A teljes potenciális energia első és második variációi

$$G(\underline{\varphi}; \underline{\omega}) \frac{\partial}{\partial \varepsilon} [\Pi(\underline{\varphi}_\varepsilon)]_{\varepsilon=0} = \underline{\omega} \cdot (\underline{f}^{\text{int}} - \underline{f}^{\text{ext}}) = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \varepsilon^2} [\Pi(\underline{\varphi}_\varepsilon)]_{\varepsilon=0} = \frac{\partial^2}{\partial \varepsilon^2} [\Pi(\underline{\varphi}_\varepsilon; \underline{\omega})]_{\varepsilon=0} = \underline{\omega} \cdot \underline{K} \cdot \underline{\omega} \quad \underline{K} = \frac{\partial f^{\text{int}}}{\partial d}$$



A teljes potenciális energia változása a második variációtól függ:

$$\Pi(\underline{\varphi} + \underline{\omega}) = \Pi(\underline{\varphi}) + \underbrace{G(\underline{\varphi} + \underline{\omega})}_{=0} + \underline{\omega} \cdot \underline{K} \cdot \underline{\omega} + O(\|\underline{\omega}\|^2)$$

Stabil állapot: $\exists \underline{\omega} \neq 0$

$$\Pi(\underline{\varphi} + \underline{\omega}) > \Pi(\underline{\varphi}) \Rightarrow \underline{\omega} \cdot \underline{K} \cdot \underline{\omega} > 0 \Leftrightarrow \underline{K} \text{ pozitív definit}$$

Kritikus állapot: $\exists \underline{\omega} \neq 0$

$$\Pi(\underline{\varphi} + \underline{\omega}) = \Pi(\underline{\varphi}) \Rightarrow \underline{\omega} \cdot \underline{K} \cdot \underline{\omega} = 0 \Leftrightarrow \underline{K} \text{ szinguláris}$$

$$\hookrightarrow \underline{\omega} = \underline{\Psi} \Rightarrow \underline{0} = \underbrace{\left\{ \underline{K} - \lambda \underline{I} \right\}}_{=0} \cdot \underline{\Psi} = \underline{K} \cdot \underline{\Psi} \begin{cases} \bullet \underline{u}_{cr} \\ \bullet \text{Perturbáció} \end{cases}$$

KRITIKUS PONT MEGHATÁROZÁSA

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Lineáris és nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

• Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



○ Kritikus pont meghatározása

$$\text{Általános esetben: } \text{Det}(\hat{K}(\underline{u}_{cr})) = 0 \quad \hat{K}(\underline{u}_{cr}) = \frac{\partial f^{\text{int}}(\underline{u}_{cr})}{\partial \underline{u}}$$

➔ • nxn méretű mátrix esetén n! -sal arányos számú művelet

Kritérium megfogalmazása energetikai oldalról:

A teljes potenciális energia első és második variációi

$$G(\underline{\varphi}; \underline{\omega}) \frac{\partial}{\partial \varepsilon} [\Pi(\underline{\varphi}_\varepsilon)]_{\varepsilon=0} = \underline{\omega} \cdot (\underline{f}^{\text{int}} - \underline{f}^{\text{ext}}) = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial \varepsilon^2} [\Pi(\underline{\varphi}_\varepsilon)]_{\varepsilon=0} = \frac{\partial^2}{\partial \varepsilon^2} [\Pi(\underline{\varphi}_\varepsilon; \underline{\omega})]_{\varepsilon=0} = \underline{\omega} \cdot \underline{K} \cdot \underline{\omega} \quad \underline{K} = \frac{\partial f^{\text{int}}}{\partial d}$$



A teljes potenciális energia változása a második variációtól függ:

$$\Pi(\underline{\varphi} + \underline{\omega}) = \Pi(\underline{\varphi}) + \underbrace{G(\underline{\varphi} + \underline{\omega})}_{=0} + \underline{\omega} \cdot \underline{K} \cdot \underline{\omega} + O(\|\underline{\omega}\|^2)$$

Stabil állapot: $\exists \underline{\omega} \neq 0$

$$\Pi(\underline{\varphi} + \underline{\omega}) > \Pi(\underline{\varphi}) \Rightarrow \underline{\omega} \cdot \underline{K} \cdot \underline{\omega} > 0 \Leftrightarrow \underline{K} \text{ pozitív definit}$$

Kritikus állapot: $\exists \underline{\omega} \neq 0$

$$\Pi(\underline{\varphi} + \underline{\omega}) = \Pi(\underline{\varphi}) \Rightarrow \underline{\omega} \cdot \underline{K} \cdot \underline{\omega} = 0 \Leftrightarrow \underline{K} \text{ szinguláris}$$

$$\underline{\omega} = \underline{\Psi} \Rightarrow \underline{0} = \underbrace{\left\{ \underline{K} - \lambda \underline{I} \right\}}_{=0} \cdot \underline{\Psi} = \underline{K} \cdot \underline{\Psi} \begin{cases} \bullet \underline{u}_{cr} \\ \bullet \text{Perturbáció} \end{cases}$$

KRITIKUS PONT MEGHATÁROZÁSA

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Lineáris és nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

- Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



◦ Ívhossz módszer

ÍVHOSSZ MÓDSZER

Kritikus pont keresése: $Det(\hat{K}(\underline{u}_{cr})) = 0 \quad \hat{K}(\underline{u}_{cr}) = \frac{\partial f^{int}(\underline{u}_{cr})}{\partial \underline{u}}$

Pszedo időtől függő teherfüggvény bevezetése(t): $\underline{f}^{ext}(t) = \underline{f}_0 \cdot \lambda(t) \quad \underline{f}^{ext}(\underline{d}(t)) - \underline{f}_0 \cdot \lambda(t) = 0$

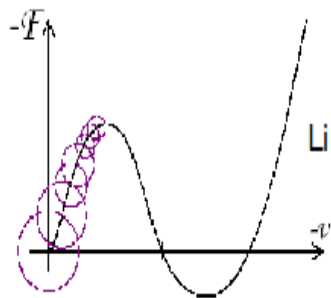
↗ $\lambda(t)$ (még) ismeretlen

Kiegészítő egyenlet a kontrollhoz: $\underline{g}(\underline{d}(t), \lambda(t)) = 0$

$\underline{g}(\underline{d}(t), \lambda(t)) := \sqrt{\left\| \frac{d}{dt} \underline{d}(t) \right\|^2 + \left| \frac{d}{dt} \lambda(t) \right|^2} = S$ Ahol S előre megadott paraméter

$\underline{f}^{int}(\underline{d}_{n+1}) - \underline{f}_0 \cdot \lambda_{n+1} = 0$

↗ $\underline{g}(\underline{d}_{n+1}, \lambda_{n+1}) := \sqrt{\|\underline{d}_{n+1} - \underline{d}_n\| + |\lambda_{n+1} - \lambda_n|} = \Delta S_{n+1}$



Linearizálás, aktualizálás:

$$\begin{bmatrix} \underline{K} & -\underline{f}_0 \\ \frac{\partial \underline{g}}{\partial \underline{d}} & \frac{\partial \underline{g}}{\partial \lambda} \end{bmatrix}_{n+1}^{(i)} \begin{pmatrix} \Delta \underline{d}_{n+1}^{(i)} \\ \Delta \lambda_{n+1}^{(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{f}_0 \cdot \lambda_{n+1}^{(i)} - \underline{f}_{int}(\underline{d}_{n+1}^{(i)}) \\ \underline{g}(\underline{d}_{n+1}^{(i)}, \lambda_{n+1}^{(i)}) \end{pmatrix}$$

$\underline{d}_{n+1}^{(i+1)} = \underline{d}_{n+1}^{(i)} + \Delta \underline{d}_{n+1}^{(i)}$

$\det(K_{n+1}) = -\det(K_n) \Rightarrow$ Kritikus pont $t \in [t_n, t_{n+1}]$

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek

Számítási problémák és módszertan

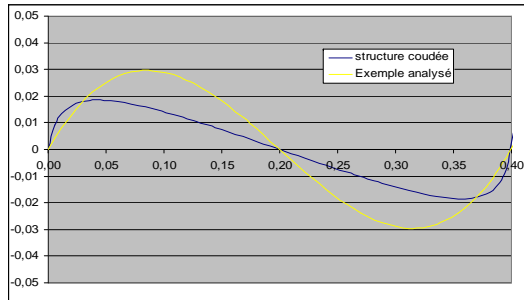
- Nemlineáris numerikus vizsgálat alapegyenletei
- Lineáris és nemlineáris stabilitásvesztés
- Kritikus pont keresése
- Ívhossz módszer

Numerikus példák

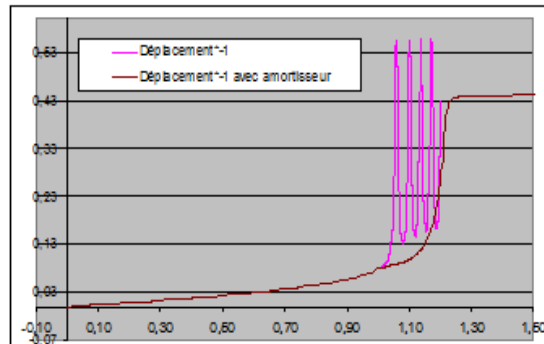
Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



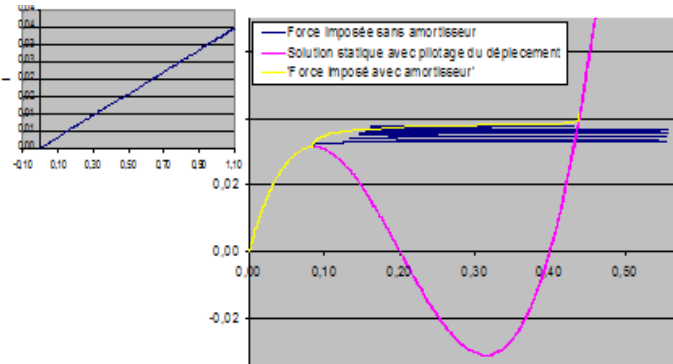
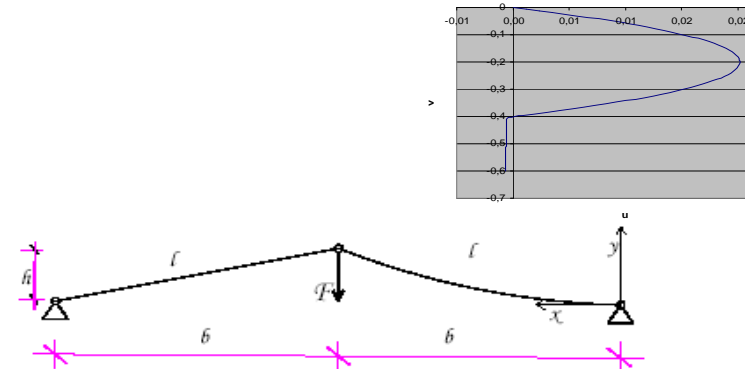
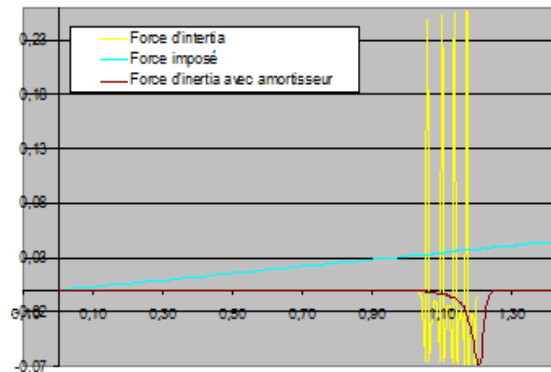
Elmozdulás-kontroll, erő-kontroll



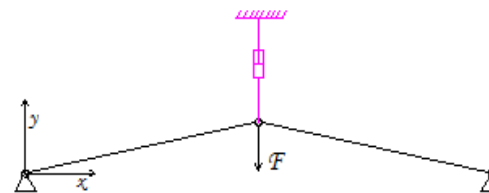
Erő-elmozdulás diagram perturbációval és anélkül



Elmozdulások az idő függvényében (csillapítással és anélkül)



Erő-alakváltozás diagram (csillapítással és anélkül)



A teherfüggvény és a tehetetlenségi erők alakulása az idő függvényében (csillapítással és anélkül)

MINTAPÉLDA – ELMOZDULÁS ÉS ERŐ-KONTROLL

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek
- Számítási problémák és módszertan

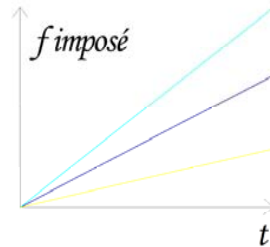
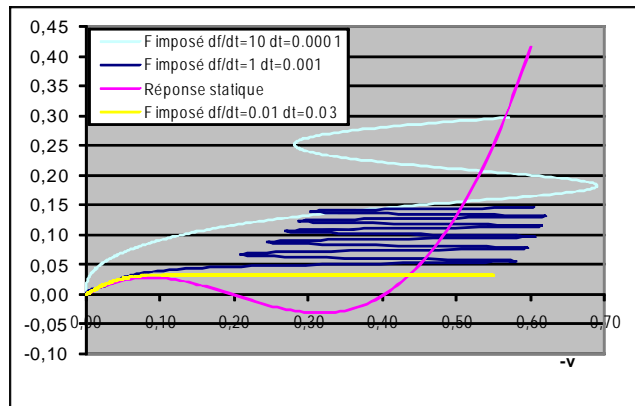
Numerikus példák

- Mintapélda
- Elmozdulás-kontroll
- Erő-kontroll: ívhossz módszer+dinamika
- Dinamika
- Zeigler-féle átpatrintható alapegység vizsgálata
- Geometria
- Modellezési nehézségek
- Antiprizmatikus rúdszerkezetek vizsgálata
- 2D
- 3D

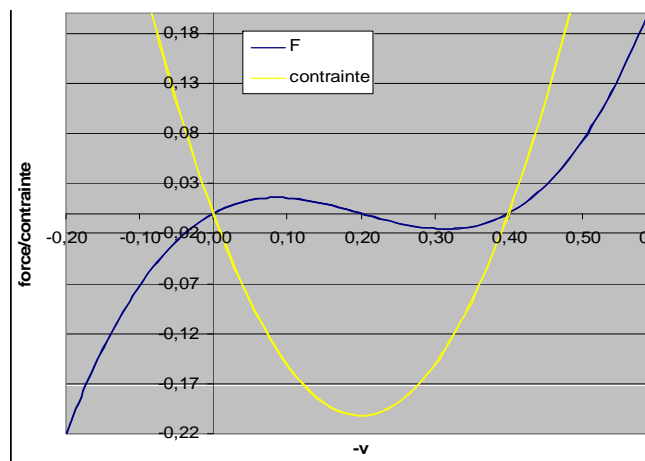
Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



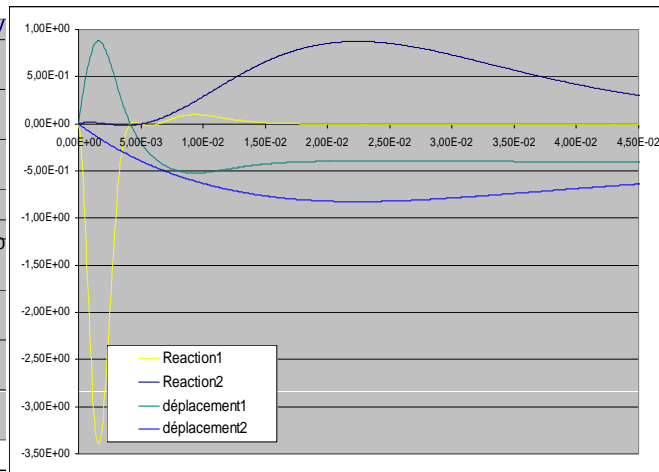
Erő-kontrol + tehetetlenségi erők figyelembevétele



Elmozdulás-kontroll erő-elmozdulás diagramja, Erő kontroll különböző erőnövekmények alkalmazásával csillapítás nélkül



Rúdfeszültség és a tehetetlenségi erő az elmozdulások függvényében



Elmozdulások és reakcióerő az idő függvényében ($v_01 > v_02$, csillapítás $1 <$ csillapítás 2)

MINTAPÉLDA – ERŐKONTROLL + TEHETETLENSÉGI ERŐK

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek
- Számítási problémák és módszertan

Numerikus példák

- Mintapélda
 - Elmozdulás-kontroll
 - Erő kontrol: ívhossz módszer+dinamika
- Dinamika
 - Zeigler-féle átpatrinható alapegység vizsgálata
 - Geometria
 - Modellezési nehézségek
 - Antiprizmatikus rúdszerkezetek vizsgálata
 - 2D
 - 3D

• Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



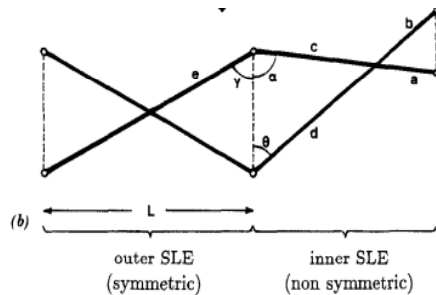
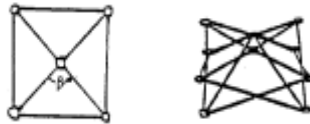
○ Átpattanó szerkezeti egység geometriai definiálása

Hand calculations of deployable polygonal unit

1. Initial (chosen) parameters

1.1. Geometric parameters

Number of sides of the polygon: $n := 4$



Képek forrása: Gantes

Horizontal projection of inner SLEs:

$$L := \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m}$$

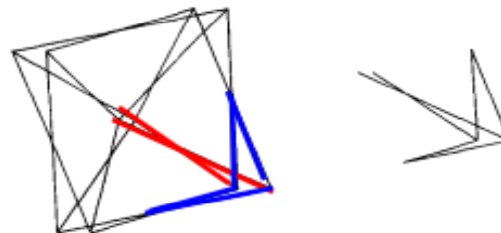
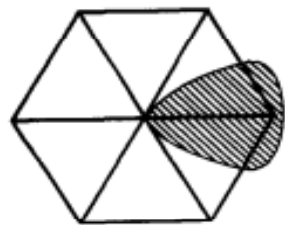
$$L = 0.707 \text{ m}$$

Assymetry of inner SLEs ($a/b=c/d$):

$$x := 0.6$$

$$d := 0.75 \text{ m}$$

Radius of the hube: $R := 0 \text{ cm}$



ÁTPATTINTHATÓ ALAPEGYSÉG – GEOMETRIAI DEFINIÁLÁS

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek
- Számítási problémák és módszertan

Numerikus példák

- Mintapélda
 - Elmozdulás-kontrol
 - Erő kontrol: ívhossz módszer+dinamika
 - Dinamika
- Zeigler-féle átpattintható alapegység vizsgálata
- Geometria
 - Modellezési nehézségek
- Antiprizmatikus rúdszerkezetek vizsgálata
 - 2D
 - 3D

Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



Átpattanó szerkezeti egység geometriai definiálása

1. Calculated geometric parameters

Angle at diagonals of the polygon: $\beta := \frac{360 \cdot \text{deg}}{n}$ $\beta = 90 \text{ deg}$

$$\cos \theta := \frac{1 + x - 2 \cdot \left(\frac{L \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) - R}{d} \right)^2}{\sqrt{(1 + x)^2 - 4 \cdot \left(\frac{L \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) - R}{d} \right)^2}}$$

$\theta := \text{acos}(\cos \theta)$ $\theta = 36.48 \text{ deg}$

$c := d \cdot x$ $c = 0.45 \text{ m}$

Length "e" from foldability constraint: $e := \frac{c + d}{2}$ $e = 0.6 \text{ m}$

$b := \frac{L - 2 \cdot R}{\sin(\theta)} - d$ $b = 0.439 \text{ m}$ $a := b \cdot x$ $a = 0.264 \text{ m}$

$h_1 := (b + d) \cdot \cos \theta$ $h_1 = 0.956 \text{ m}$ $\alpha := \text{asin}\left(\frac{\sin(\theta)}{x}\right)$ $\alpha = 82.30 \text{ deg}$

$\gamma := \text{asin}\left[2 \cdot \frac{L \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right) - R}{d \cdot (1 + x)}\right]$ $\gamma = 56.44 \text{ deg}$

Sidelength of the polygon: $D := 2 \cdot L \cdot \sin\left(\frac{\beta}{2}\right)$ $D = 1 \text{ m}$

Hight of unit on the side: $H := 2 \cdot e \cdot \cos(\gamma)$ $H = 0.663 \text{ m}$

Initial distance between upper and lower center points: $H_0 := a \cdot \cos(\alpha) + b \cdot \cos(\theta)$ $H_0 = 0.388 \text{ m}$

• Bevezetés
• Kinyitható tetőszerkezetek

• Számítási problémák és módszertan

• Numerikus példák

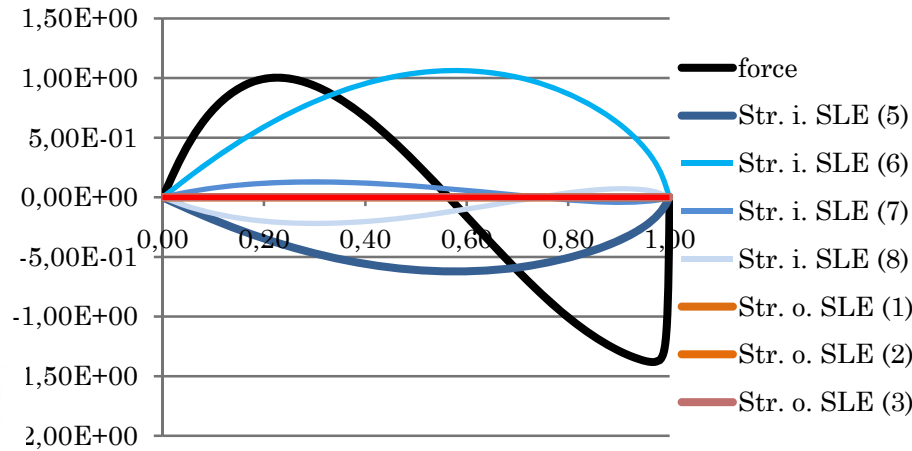
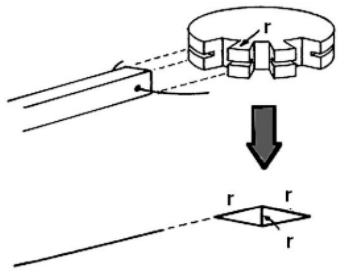
- Mintapélda
 - Elmozdulás-kontrol
 - Erő kontrol: ívhossz módszer+dinamika
 - Dinamika
 - Zeigler-féle átpattintható alapegység vizsgálata
 - Geometria
 - Modellezési nehézségek
 - Antiprizmatikus rúdszerkezetek vizsgálata
 - 2D
 - 3D

• Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete

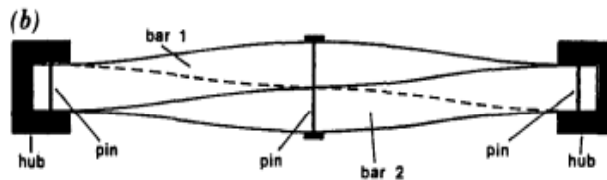
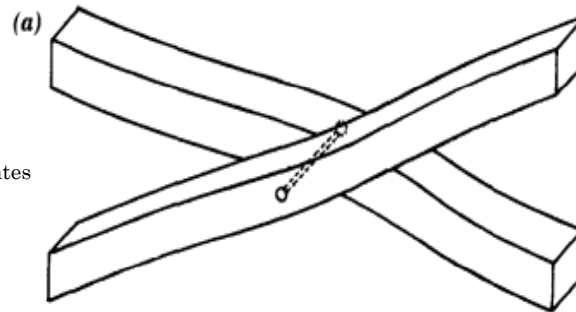


o Numerikus eredmények, numerikus és tervezési nehézségek

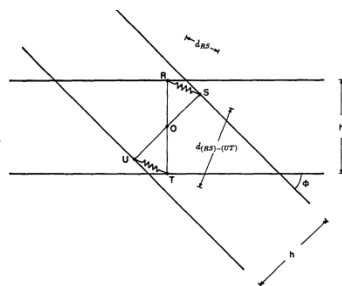
Csomóponti kiterjedés



Képek forrása: Gantes



Rudak keresztmetszeti méretei miatt excentricitás



Súrlódás

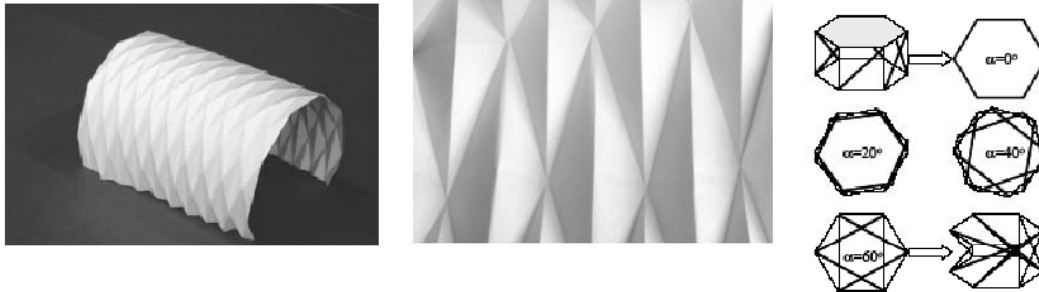
ÁTPATTINTHATÓ ALAPEGYSÉG MODELLEZÉSE

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek
- Számítási problémák és módszertan
- Numerikus példák
 - Mintapéllda
 - o Elmozdulás-kontrol
 - o Erő kontrol: ívhossz módszer+dinamika
 - o Dinamika
 - Zeigler-féle átpattintható alapegység vizsgálata
 - o Geometria
 - Modellezési nehézségek
 - Antiprizmatikus rúdszerkezetek vizsgálata
 - o 2D/3D
- Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete

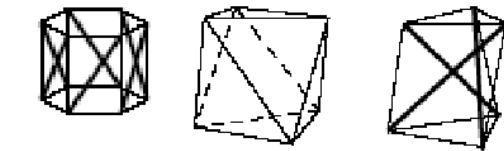


- Antiprizmatikus rúdszerkezetek átpattanási sorrendjének vizsgálata

Antiprizmatikus henger

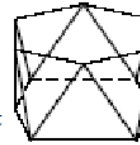


Szingularitás keresése [Tarnai]:



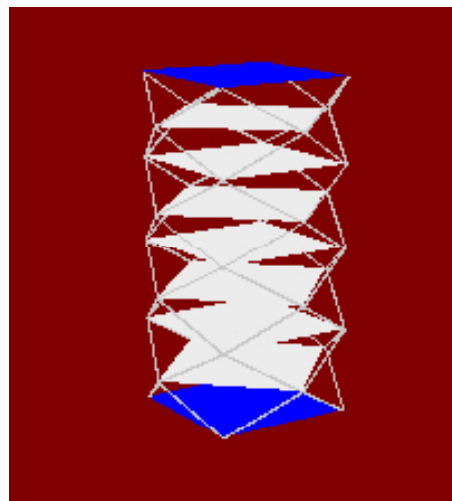
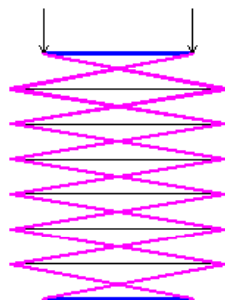
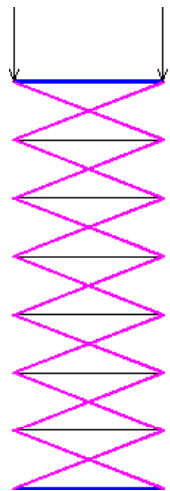
$$\theta_1 := \frac{(n+2)\pi}{2n} + 2k\pi$$

$$\theta_2 := \frac{(3n+2)\pi}{2n} + 2k\pi$$



$$\theta_3 := \frac{\pi}{n} + 2k\pi$$

$$\theta_4 := \frac{(n+1)\pi}{n} + 2k\pi$$



ANTIPRIZMATIKUS RÚDSZERKEZET ÁTPATTANÁSA

- Bevezetés
- Kinyitható tetőszerkezetek
- Számítási problémák és módszertan
- Numerikus példák
 - Mintapélda
 - Elmozdulás-kontrol
 - Erő kontrol: ívhossz módszer+dinamika
 - Dinamika
 - Zeigler-féle átpattintható alapegység vizsgálata
 - Geometria
 - Modellezési nehézségek
 - Antiprizmatikus rúdszerkezetek vizsgálata
 - 2D/3D
- Összefoglalás, kutatási munka előirányozott menete



○ Összefoglalás, a kutatási munka előirányozott menete

A nyitható-csukható rúdszerkezetek ígéretes, a XXI. század újszerű szerkezeti elvárásainak megfeleltethető rendszerek:

- Kis anyagfelhasználású könnyűszerkezetek;
- Gyors és előregyártható kivitelezés;
- Újrafelhasználás lehetősége;
- Minimális környezeti kárt okozó filigrán, áttetsző építészeti megjelenés.

Tervezési folyamat nehézségei:

- Komplex csomópontok és nehézkes kontroll;
- Számítási nehézségek;
- A gyerekcipőben járó szerkezetek, tervezési rutin és szabványrendszer hiánya.

Előirányozott kutatási munka:

- Átpattanó szerkezetek elméleti modelljének analitikus és numerikus vizsgálata;
- Numerikus módszer javítása (súrlódás, rúdkihasználás és kezdeti geometriai imperfekciók figyelembevétele);
- Geometriai optimalizálás az eredmények függvényében;
- Gyakorlati tervezési ötletek feltárása.

